# RÉCAPITULATIF : LOIS USUELLES DISCRÈTES

*Programme Maths Spé (MP/MPI/PC/PSI)*

| NOM & NOTATION | SUPPORT $X(\Omega)$ | LOI $P(X=k)$ | ESPÉRANCE $E(X)$ | VARIANCE $V(X)$ | FONCTION GÉN. $G_X(t)$ | MODÈLE / REMARQUES |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Uniforme** $\mathcal{U}(1,n)$ | $1, n$ | $\frac{1}{n}$ | $\frac{n+1}{2}$ | $\frac{n^2-1}{12}$ | $\frac{t(1-t^n)}{n(1-t)}$ | Choix équiprobable parmi $n$ valeurs. $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ |
| **Bernoulli** $\mathcal{B}(p)$ $q = 1-p$ | $\{0,1\}$ | $P(X=1)=p$ <br> $P(X=0)=q$ | $p$ | $pq$ | $q+pt$ | Une seule épreuve. Succès (1) ou Échec (0). Base de toutes les autres lois. |
| **Binomiale** $\mathcal{B}(n,p)$ | $0, n$ | $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ | $np$ | $npq$ | $(q+pt)^n$ | Nombre de succès lors de la répétition de $n$ épreuves de Bernoulli **indépendantes**. |
| **Géométrique** $\mathcal{G}(p)$ | $\mathbb{N}^*$ (Commence à 1) | $pq^{k-1}$ | $\frac{1}{p}$ | $\frac{q}{p^2}$ | $\frac{pt}{1-qt}$ | Rang du **premier succès** lors d'épreuves de Bernoulli infinies. Propriété d'absence de mémoire. |
| **Poisson** $\mathcal{P}(\lambda)$ | $\mathbb{N}$ (Infini) | $e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ | $\lambda$ | $\lambda$ | $e^{\lambda(t-1)}$ | Modélise les **événements rares** (files d'attente, pannes). Limite de $\mathcal{B}(n,\lambda/n)$ quand $n\to\infty$. |

## RAPPELS UTILES POUR LES EXERCICES

- **Somme de lois :**
  - Si $X \hookrightarrow \mathcal{B}(n,p)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{B}(m,p)$ indép., alors $X+Y \hookrightarrow \mathcal{B}(n+m,p)$.
  - Si $X \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda)$ et $Y \hookrightarrow \mathcal{P}(\mu)$ indép., alors $X+Y \hookrightarrow \mathcal{P}(\lambda+\mu)$.
- **Lien Génératrice / Moments :** $E(X) = G'_X(1)$ et $V(X) = G''_X(1) + G'_X(1) - [G'_X(1)]^2$.
- **Série Géométrique dérivée :** $\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$ (Utile pour l'espérance de la loi Géométrique).
- **Série Exponentielle :** $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} = e^x$ (Utile pour l'espérance de la loi de Poisson).